

Die assertorische Syllogistik als Relevanzlogik

21. Januar 2026

Zusammenfassung

Die aristotelische Syllogistik wird traditionell als historischer Vorläufer der modernen Prädikatenlogik betrachtet. Diese Arbeit untersucht eine alternative Perspektive: die Interpretation der assertorischen Syllogistik als Form der Relevanzlogik. Es wird gezeigt, dass die strukturellen Eigenschaften syllogistischer Schlüsse natürliche Relevanzprinzipien verkörpern, die in der klassischen Logik nicht vorhanden sind.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
2 Grundlagen der assertorischen Syllogistik	3
2.1 Kategorische Aussagen	3
2.2 Syllogistische Schlüsse	3
2.3 Figuren und Modi	4
3 Relevanzlogik: Kernprinzipien	4
3.1 Motivation und historischer Kontext	4
3.2 Zentrale Forderungen der Relevanzlogik	4
4 Syllogistik als Relevanzlogik	5
4.1 Strukturelle Übereinstimmungen	5
4.1.1 Der Mittelbegriff als Relevanzgarant	5
4.1.2 Keine irrelevanten Schlüsse	5
4.2 Formale Analyse	5
4.3 Kontrastierung mit klassischer Prädikatenlogik	6

5 Moderne Rekonstruktionen	6
5.1 Algebraische Ansätze	6
5.2 Graphentheoretische Modelle	7
5.3 Kategorientheoretische Perspektiven	7
6 Philosophische Implikationen	7
6.1 Natürliches Schließen	7
6.2 Historische Neubewertung	8
6.3 Grenzen der Syllogistik	8
7 Kritische Betrachtungen	8
7.1 Existenzpräsuppositionen	8
7.2 Reichweite der Relevanzinterpretation	9
7.3 Alternative Interpretationen	9
8 Ausblick und offene Fragen	9
9 Fazit	10

1 Einleitung

Die aristotelische Syllogistik gilt als das älteste formale logische System der westlichen Philosophie. In der modernen Logikforschung stellt sich die Frage, wie sich die klassische Syllogistik zu zeitgenössischen logischen Systemen verhält. Ein besonders fruchtbarer Ansatz besteht darin, die assertorische Syllogistik als eine Form der Relevanzlogik zu interpretieren.

Diese Perspektive erlaubt es, die Syllogistik nicht als unvollständigen Vorläufer der Prädikatenlogik zu verstehen, sondern als ein System, das bestimmte logische Tugenden – insbesondere die Wahrung inhaltlicher Relevanz zwischen Prämissen und Konklusion – in besonderer Weise bewahrt.

2 Grundlagen der assertorischen Syllogistik

2.1 Kategorische Aussagen

Die assertorische Syllogistik beschäftigt sich mit kategorischen Aussagen, die eine uneingeschränkte Behauptung über die Beziehung zwischen Klassen aufstellen. Die vier Grundformen sind:

- **A-Aussagen (universal affirmativ):** Alle S sind P
- **E-Aussagen (universal negativ):** Kein S ist P
- **I-Aussagen (partikular affirmativ):** Einige S sind P
- **O-Aussagen (partikular negativ):** Einige S sind nicht P

Diese vier Aussagetypen lassen sich in der traditionellen Notation wie folgt darstellen:

SaP	(Alle S sind P)
SeP	(Kein S ist P)
SiP	(Einige S sind P)
SoP	(Einige S sind nicht P)

2.2 Syllogistische Schlüsse

Ein syllogistischer Schluss verbindet zwei Prämissen über einen Mittelbegriff M zu einer Konklusion über die Extreme S (Subjekt) und P (Prädikat). Ein Beispiel für einen gültigen Syllogismus der ersten Figur (Barbara) ist:

$$\frac{\begin{array}{c} \text{Alle } M \text{ sind } P \\ \text{Alle } S \text{ sind } M \end{array}}{\text{Alle } S \text{ sind } P}$$

2.3 Figuren und Modi

Die Syllogistik unterscheidet vier Figuren, abhängig von der Position des Mittelbegriffs in den Prämissen. Aristoteles identifizierte 14 gültige Modi (später erweitert auf 24 in der mittelalterlichen Tradition), die durch mnemonische Namen bezeichnet werden: Barbara, Celarent, Darii, Ferio, etc.

3 Relevanzlogik: Kernprinzipien

3.1 Motivation und historischer Kontext

Relevanzlogische Systeme entstanden in der Mitte des 20. Jahrhunderts aus der Kritik an den sogenannten „Paradoxien der materialen Implikation“ in der klassischen Logik. In der klassischen Aussagenlogik gelten beispielsweise:

$$\begin{aligned} p &\rightarrow (q \rightarrow p) \\ \neg p &\rightarrow (p \rightarrow q) \end{aligned}$$

Diese Formeln besagen, dass eine wahre Aussage aus beliebigen Aussagen folgt und dass aus einer falschen Aussage beliebiges folgt – Prinzipien, die intuitiv problematisch erscheinen.

3.2 Zentrale Forderungen der Relevanzlogik

Definition 3.1 (Relevanzbedingung). In einem gültigen Argument müssen Prämisse und Konklusion inhaltlich miteinander verbunden sein. Es darf keine gültigen Schlüsse geben, bei denen die Wahrheit der Konklusion völlig unabhängig vom Inhalt der Prämisse ist.

Definition 3.2 (Variable-Sharing-Property). In einem gültigen aussagenlogischen Argument müssen Prämisse und Konklusion mindestens eine gemeinsame aussagenlogische Variable teilen.

Weitere zentrale Prinzipien sind:

- **Vermeidung von ex falso quodlibet:** Aus einer Kontradiktion folgt nicht beliebiges
- **Ablehnung der Disjunktiven Syllogismus-Form:** $A \vee B, \neg A \not\vdash B$ (in manchen relevanzlogischen Systemen)
- **Natürlichkeit:** Gültige Schlüsse sollten intuitiven Inferenzmustern entsprechen

4 Syllogistik als Relevanzlogik

4.1 Strukturelle Übereinstimmungen

Die assertorische Syllogistik erfüllt zentrale Anforderungen der Relevanzlogik in natürlicher Weise:

4.1.1 Der Mittelbegriff als Relevanzgarant

Jeder gültige Syllogismus enthält einen Mittelbegriff M , der in beiden Prämissen vorkommt, aber nicht in der Konklusion. Dies stellt eine inhaltliche Verbindung zwischen den Prämissen sicher und entspricht der Variable-Sharing-Property der Relevanzlogik.

Formaler ausgedrückt: Für einen Syllogismus mit Prämissen $P_1(S, M)$ und $P_2(M, P)$ und Konklusion $C(S, P)$ gilt:

- M kommt in P_1 und P_2 vor
- M kommt nicht in C vor
- S und P sind durch M vermittelt

4.1.2 Keine irrelevanten Schlüsse

In der Syllogistik sind Schlüsse wie „Alle Menschen sind sterblich, also regnet es“ systematisch ausgeschlossen, da die Terme nicht durch einen gemeinsamen Mittelbegriff verbunden sind. Dies steht im Gegensatz zur klassischen Logik, wo solche Schlüsse unter bestimmten Wahrheitswertbedingungen gültig sein können.

4.2 Formale Analyse

Fred Sommers, John Corcoran und andere Logiker haben gezeigt, dass die syllogistischen Inferenzregeln eine natürliche Relevanzstruktur aufweisen:

- **Distributionsregel:** Der Mittelbegriff muss in mindestens einer Prämisse distribuiert sein. Dies garantiert, dass die Verbindung zwischen den Termen substanzial ist.
- **Termrestriktion:** Die Terme in der Konklusion müssen in den Prämissen vorkommen. Neue Begriffe können nicht in der Konklusion erscheinen.
- **Keine Explosion:** Es gibt keine „Explosionsregeln“ wie in der klassischen Logik, bei denen aus Widersprüchen beliebiges folgt.

4.3 Kontrastierung mit klassischer Prädikatenlogik

In der klassischen Prädikatenlogik gilt beispielsweise:

$$\forall x(Px \rightarrow Qx) \wedge \exists x \neg Px \vdash \exists x Qx$$

Dies ist ein gültiger Schluss in der klassischen Logik, auch wenn P und Q inhaltlich völlig unverbunden sein können. Die Syllogistik schließt solche Fälle durch ihre strukturellen Anforderungen aus.

Ein weiteres Beispiel: In der klassischen Logik gilt

$$\neg \exists x Px \vdash \forall x(Px \rightarrow Qx)$$

Dies bedeutet, dass aus der Nichtexistenz von P -Objekten folgt, dass alle P -Objekte Q sind – ein Prinzip, das relevanzlogisch problematisch ist.

5 Moderne Rekonstruktionen

5.1 Algebraische Ansätze

George Boole entwickelte im 19. Jahrhundert eine algebraische Interpretation der Syllogistik. Neuere Arbeiten in der Booleschen Algebra und der Relationenalgebra zeigen, dass diese algebraischen Strukturen natürliche Relevanzrestriktionen enthalten.

Die Interpretation kategorischer Aussagen als Mengenbeziehungen führt zu einer Algebra, in der die Komposition von Relationen (analog zum Mittelbegriff) die zentrale Operation darstellt:

$$R \circ S = \{(x, z) \mid \exists y : (x, y) \in R \wedge (y, z) \in S\}$$

5.2 Graphentheoretische Modelle

John Corcoran und andere haben die Syllogistik als natürliches Deduktionssystem formalisiert, bei dem die Relevanzstruktur durch die Graphenstruktur der Beweise sichtbar wird. Jeder Beweis kann als gerichteter Graph dargestellt werden, wobei:

- Knoten Aussagen repräsentieren
- Kanten Inferenzschritte darstellen
- Zusammenhang des Graphen die Relevanz garantiert

5.3 Kategorientheoretische Perspektiven

Moderne kategorientheoretische Ansätze interpretieren syllogistische Schlüsse als Komposition von Morphismen. Die Kategorientheorie bietet einen natürlichen Rahmen für Relevanzlogik, da:

- Komposition nur für kompatible Morphismen definiert ist
- Identitätsmorphismen die minimale Verbindung darstellen
- Diagramme die Relevanzstruktur explizit machen

6 Philosophische Implikationen

6.1 Natürliches Schließen

Die Interpretation der Syllogistik als Relevanzlogik stützt die These, dass menschliches natürliches Schließen eher relevanzlogischen als klassisch-logischen Mustern folgt. Empirische Studien in der kognitiven Psychologie zeigen, dass Menschen:

- Schlüsse mit irrelevanten Prämissen als ungültig bewerten
- Schwierigkeiten mit den klassischen Implikationsparadoxien haben
- Syllogistische Muster intuitiv nachvollziehen können

Die Syllogistik könnte als Kodifizierung dieser intuitiven Relevanzprinzipien verstanden werden.

6.2 Historische Neubewertung

Diese Perspektive erlaubt eine Neubewertung von Aristoteles' logischem Projekt. Statt eines unvollständigen Vorläufers der Prädikatenlogik erscheint die Syllogistik als ein System, das bestimmte logische Tugenden besser bewahrt:

- **Relevanz:** Inhaltliche Verbindung zwischen Prämissen und Konklusion
- **Natürlichkeit:** Nähe zu intuitiven Inferenzmustern
- **Transparenz:** Explizite Rolle des vermittelnden Begriffs

6.3 Grenzen der Syllogistik

Trotz ihrer Relevanzvorteile hat die assertorische Syllogistik bekannte Einschränkungen:

- **Begrenzte Ausdruckskraft:** Nur einstellige Prädikate sind darstellbar
- **Keine Relationen:** Mehrstellige Relationen können nicht adäquat behandelt werden
- **Eingeschränkte Quantifikation:** Nur universale und existenzielle Quantifikation über Subjekte
- **Keine Identität:** Kein expliziter Identitätsbegriff

Diese Einschränkungen zeigen, dass die Syllogistik als vollständiges logisches System für moderne Zwecke unzureichend ist, auch wenn sie Relevanzprinzipien exemplarisch verkörpert.

7 Kritische Betrachtungen

7.1 Existenzpräsuppositionen

Die traditionelle Syllogistik setzt die Existenz der betreffenden Klassen voraus (existenzielle Import). Dies führt zu Problemen bei leeren Termen:

- „Alle Einhörner sind Tiere“ impliziert traditionell „Einige Einhörner sind Tiere“
- Dies ist problematisch, wenn die Klasse der Einhörner leer ist

Moderne Rekonstruktionen müssen entscheiden, wie sie mit diesem Problem umgehen. Mögliche Ansätze sind:

1. Aufgabe des existenziellen Imports (moderne Interpretation)
2. Einschränkung auf nicht-leere Terme
3. Freie Logik mit spezieller Behandlung leerer Terme

7.2 Reichweite der Relevanzinterpretation

Nicht alle syllogistischen Prinzipien lassen sich zwingend als Relevanzprinzipien deuten. Die Distributionsregeln haben beispielsweise eher syntaktische als semantisch-inhaltliche Motivation. Es bleibt zu klären, inwieweit die Relevanzinterpretation alle Aspekte der Syllogistik erfasst.

7.3 Alternative Interpretationen

Neben der Relevanzinterpretation gibt es weitere moderne Rekonstruktionen der Syllogistik:

- Als Fragment der Prädikatenlogik erster Stufe
- Als monadische Prädikatenlogik
- Als Boolescher Term-Kalkül
- Als kategorientheoretisches System

Diese verschiedenen Perspektiven sind nicht notwendigerweise konkurrierend, sondern können verschiedene Aspekte der Syllogistik beleuchten.

8 Ausblick und offene Fragen

Die Interpretation der assertorischen Syllogistik als Relevanzlogik öffnet neue Forschungsperspektiven:

1. **Modale Erweiterungen:** Können modale und temporale Erweiterungen der Syllogistik ebenfalls als Relevanzlogiken verstanden werden? Aristoteles' Behandlung modaler Syllogismen könnte unter diesem Gesichtspunkt neu untersucht werden.
2. **Beziehung zu anderen nicht-klassischen Logiken:** Wie verhält sich die syllogistische Relevanzstruktur zu anderen nicht-klassischen Logiken wie intuitionistischer Logik, linearer Logik oder substrukturellen Logiken?

3. **Vollständige Rekonstruktion:** Lässt sich eine vollständig relevanzlogische Rekonstruktion der Syllogistik entwickeln, die alle traditionellen Inferenzen bewahrt und gleichzeitig die Existenzproblematik löst?
4. **Kognitive Perspektiven:** Welche empirischen Befunde aus der kognitiven Psychologie unterstützen oder widerlegen die These, dass natürliches Schließen relevanzlogischen Prinzipien folgt?
5. **Relationale Erweiterungen:** Können relationale Erweiterungen der Syllogistik entwickelt werden, die Relevanzprinzipien bewahren?

9 Fazit

Die assertorische Syllogistik weist wesentliche Merkmale einer Relevanzlogik auf: inhaltliche Verbindung von Prämissen und Konklusion durch den Mittelbegriff, systematischer Ausschluss irrelevanter Schlüsse, und strukturelle Garantien für Bedeutungsbezug zwischen den Termen eines Arguments.

Diese Perspektive bereichert sowohl das Verständnis der historischen Syllogistik als auch die philosophische Diskussion über die Natur logischer Konsequenz. Die Syllogistik erscheint nicht als primitive Vorstufe moderner Logik, sondern als ein System, das bestimmte logische Intuitionen über Relevanz und natürliches Schließen in besonderer Weise bewahrt.

Die Spannung zwischen Ausdruckskraft und Relevanz, die in der Gegenüberstellung von Syllogistik und klassischer Prädikatenlogik sichtbar wird, bleibt ein zentrales Thema der philosophischen Logik. Die Syllogistik zeigt, dass ein logisches System nicht an seiner Nähe zur klassischen Logik gemessen werden muss, sondern auch an seiner Fähigkeit, relevante und natürliche Inferenzmuster zu kodifizieren.

Literaturhinweise

- Anderson, A. R. & Belnap, N. D. (1975): *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*, Vol. I. Princeton University Press.
- Corcoran, J. (1972): „Completeness of an Ancient Logic“, *Journal of Symbolic Logic*, 37(4), 696–702.
- Sommers, F. (1982): *The Logic of Natural Language*. Oxford: Clarendon Press.
- Smiley, T. (1973): „What is a Syllogism?“, *Journal of Philosophical Logic*, 2(1), 136–154.

- Read, S. (2015): „Aristotle’s Theory of the Assertoric Syllogism“, in: *Perspectives on the Philosophy of Aristotle*, hrsg. von M. Sgarbi. Cambridge: Cambridge University Press.
- Priest, G. (2008): *An Introduction to Non-Classical Logic: From If to Is*, 2. Auflage. Cambridge University Press.
- Restall, G. (2000): *An Introduction to Substructural Logics*. London: Routledge.